

# Localisation d'un robot dans un graphe

Yann Bouchereau, Solal Gaudin, Amandine Gayton, Alexis Grange, Maxime Gratereau, Julian Kern, Lahiani Mazigh, Igor Martayan, Rémi Tain, Nassim Walha

MathInfoLy 2016





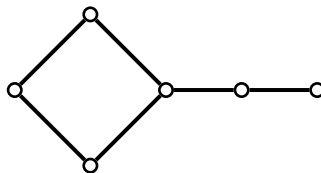
———— Parcours du robot



Arrêts du robot

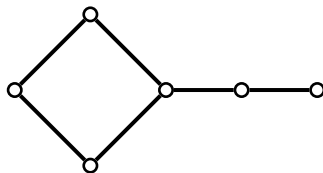


## Petits rappels



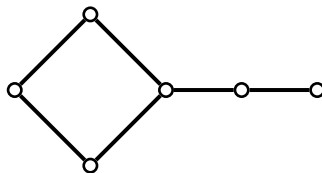
- Graphe : ensemble de sommets et d'arêtes entre ces sommets

## Petits rappels



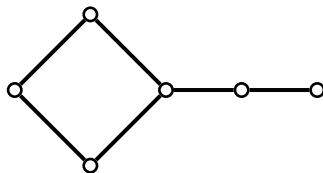
- Graphe : ensemble de sommets et d'arêtes entre ces sommets
- Distance : nombre minimal d'arêtes entre deux sommets

## Petits rappels



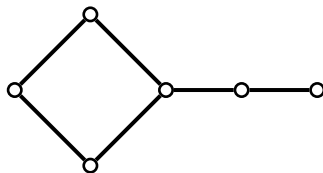
- Graphe : ensemble de sommets et d'arêtes entre ces sommets
- Distance : nombre minimal d'arêtes entre deux sommets
- Diamètre : plus grande distance dans le graphe

## Petits rappels



- Graphe : ensemble de sommets et d'arêtes entre ces sommets
- Distance : nombre minimal d'arêtes entre deux sommets
- Diamètre : plus grande distance dans le graphe
- Sommets voisins : sommets de distance 1

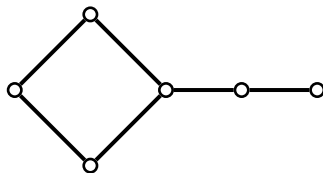
## Petits rappels



- Graphe : ensemble de sommets et d'arêtes entre ces sommets
- Distance : nombre minimal d'arêtes entre deux sommets
- Diamètre : plus grande distance dans le graphe
- Sommets voisins : sommets de distance 1
- Degré : nombre de voisins d'un sommet



## Petits rappels

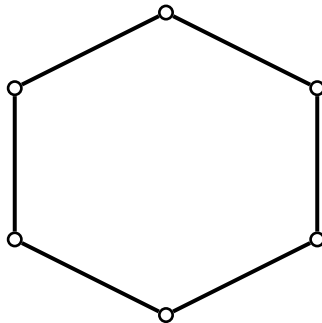


- Graphe : ensemble de sommets et d'arêtes entre ces sommets
- Distance : nombre minimal d'arêtes entre deux sommets
- Diamètre : plus grande distance dans le graphe
- Sommets voisins : sommets de distance 1
- Degré : nombre de voisins d'un sommet
- Coordonnées : ensemble des distances d'un sommet à chacune des bornes

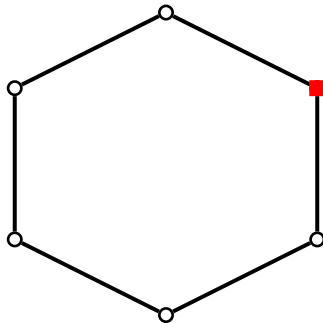




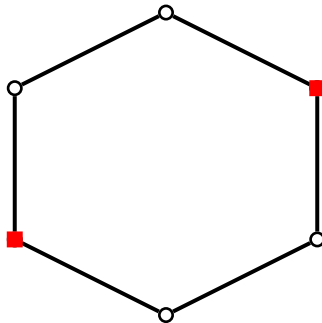
# Cycle



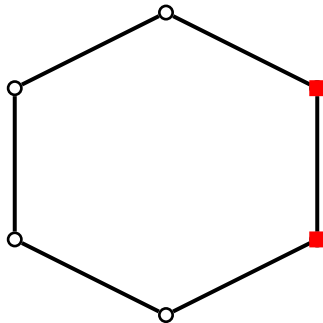
# Cycle



# Cycle



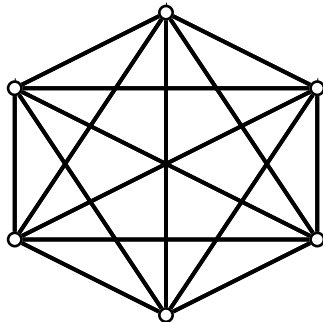
# Cycle



# Graphe complet

## Points interchangeables

Deux points sont interchangeables si et seulement s'ils ont les mêmes voisins.

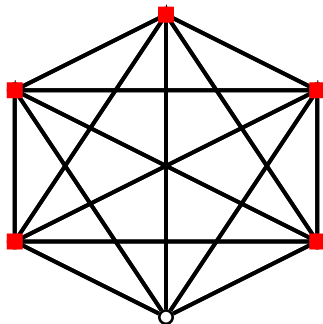




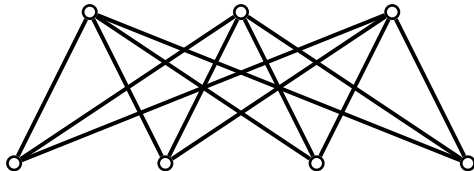
# Graphe complet

## Points interchangeables

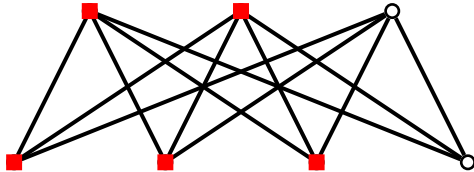
Deux points sont interchangeables si et seulement s'ils ont les mêmes voisins.



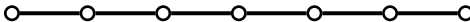
# Graphe biparti complet



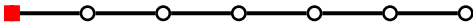
# Graphe biparti complet



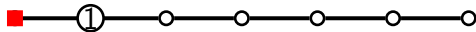
# Chemin



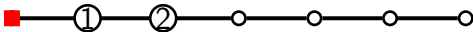
# Chemin



# Chemin



# Chemin



# Chemin



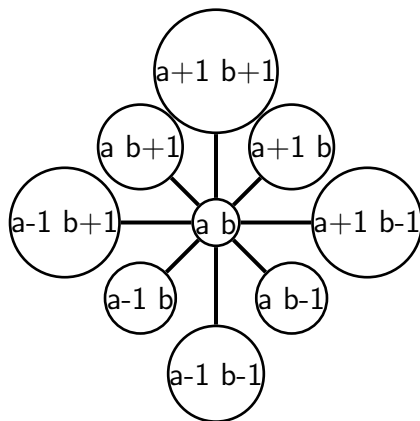


# Chemin



## Propriété

Soit  $N$  le nombre minimal de bornes,  $n$  le nombre de sommets,  
 $\Delta$  le diamètre du graphe,  $N \leq n - \Delta$



# Généralisation

Soit  $d$  le degré maximal des sommets d'un graphe,  $n$  le nombre de sommets d'un graphe.

- Dans un graphe à 2 bornes,  $d \leq 3^2 - 1$

# Généralisation

Soit  $d$  le degré maximal des sommets d'un graphe,  $n$  le nombre de sommets d'un graphe.

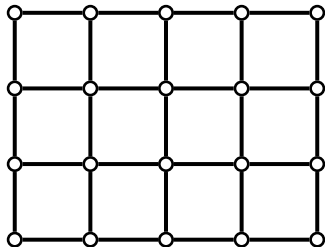
- Dans un graphe à 2 bornes,  $d \leq 3^2 - 1$
- Dans un graphe à  $N$  bornes,  $d \leq 3^N - 1$

# Généralisation

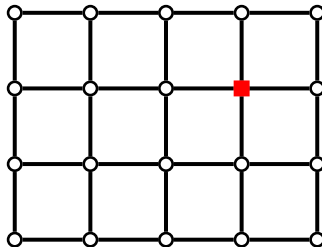
Soit  $d$  le degré maximal des sommets d'un graphe,  $n$  le nombre de sommets d'un graphe.

- Dans un graphe à 2 bornes,  $d \leq 3^2 - 1$
- Dans un graphe à  $N$  bornes,  $d \leq 3^N - 1$
- Dans un graphe de diamètre  $\Delta$  à  $N$  bornes,  $n \leq \Delta^N + N$

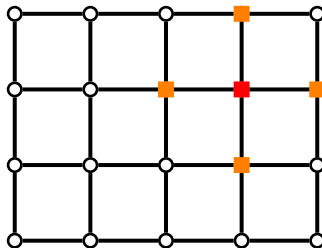
# Grille



# Grille

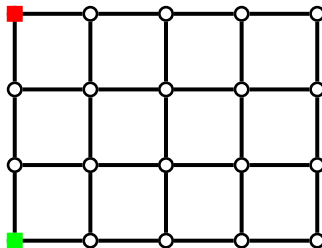


# Grille

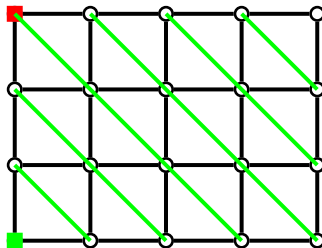




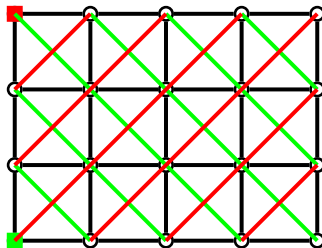
# Grille



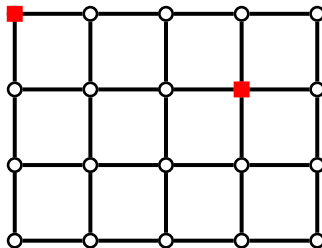
# Grille



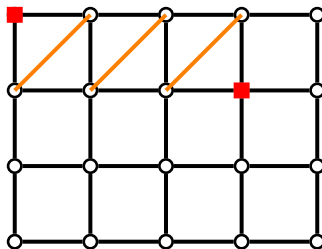
# Grille



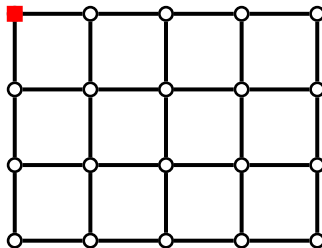
# Grille



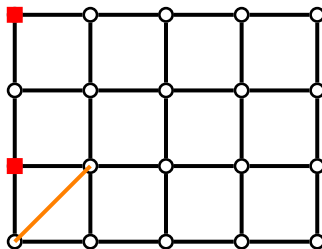
# Grille



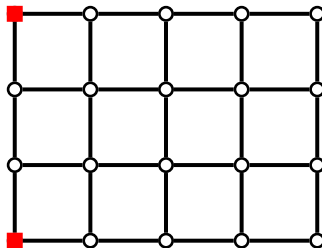
# Grille



# Grille

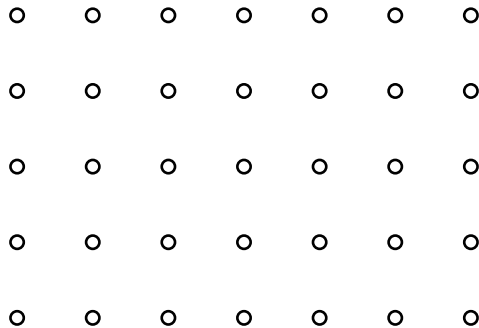


# Grille

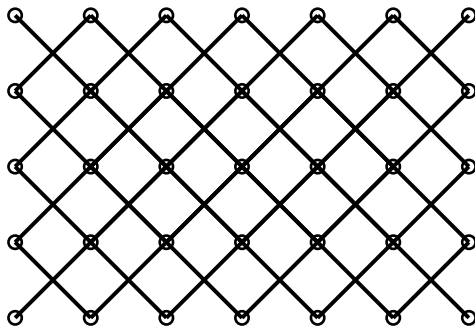




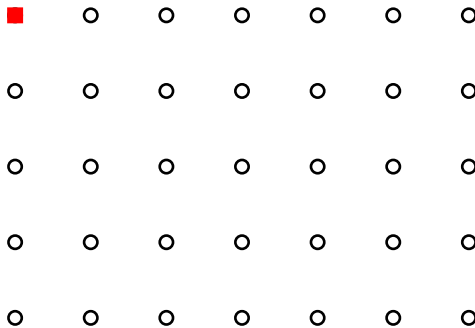
# Grille du roi



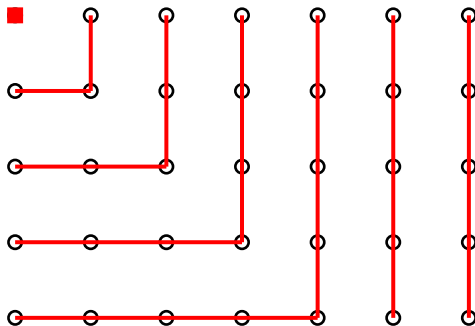
# Grille du roi



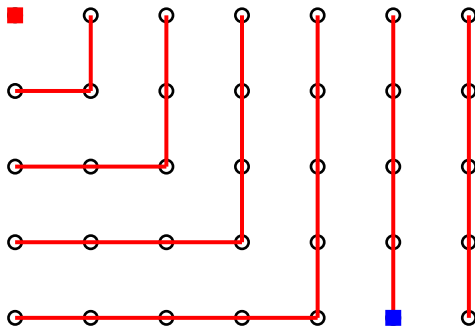
# Grille du roi



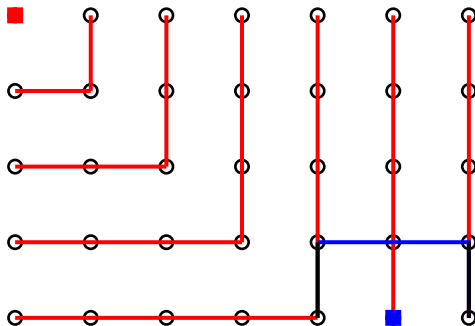
# Grille du roi



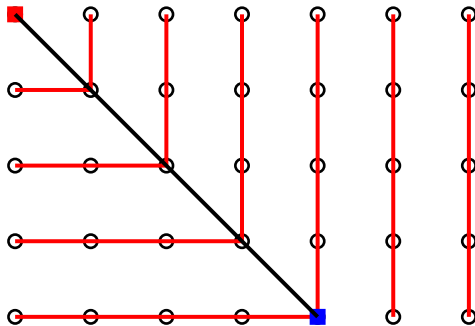
# Grille du roi



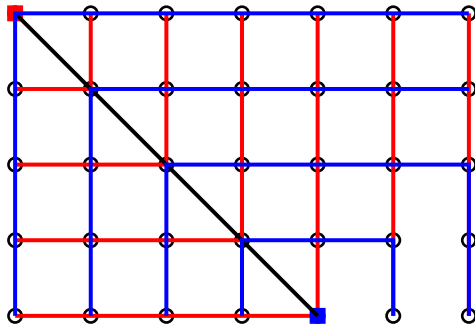
# Grille du roi



# Grille du roi

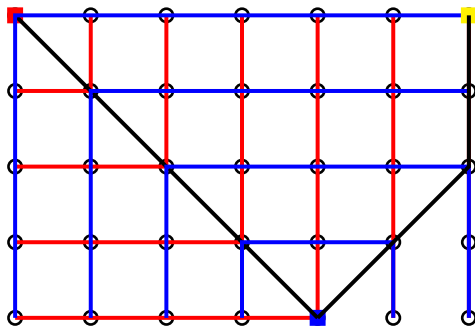


# Grille du roi

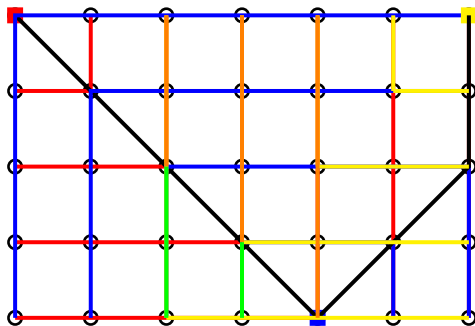




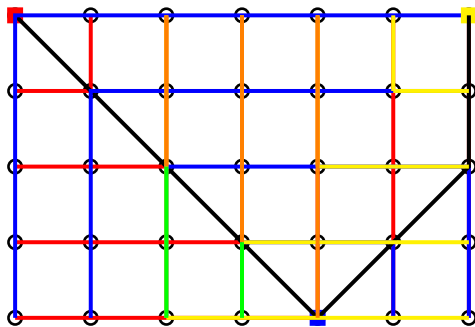
# Grille du roi



# Grille du roi



# Grille du roi

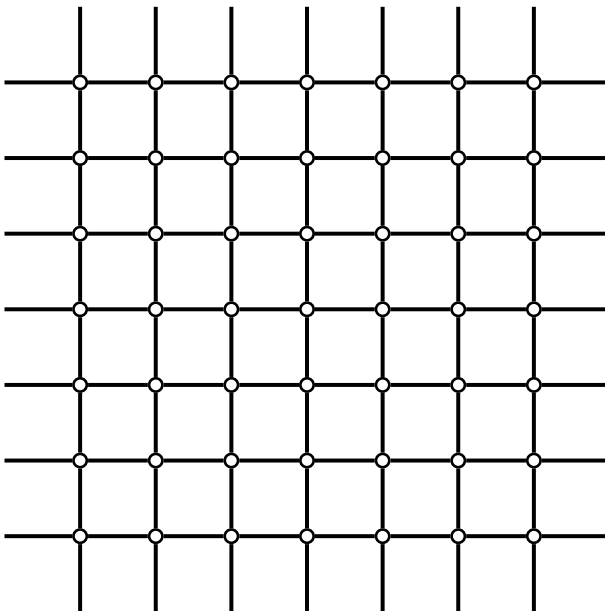


## Nombre de bornes

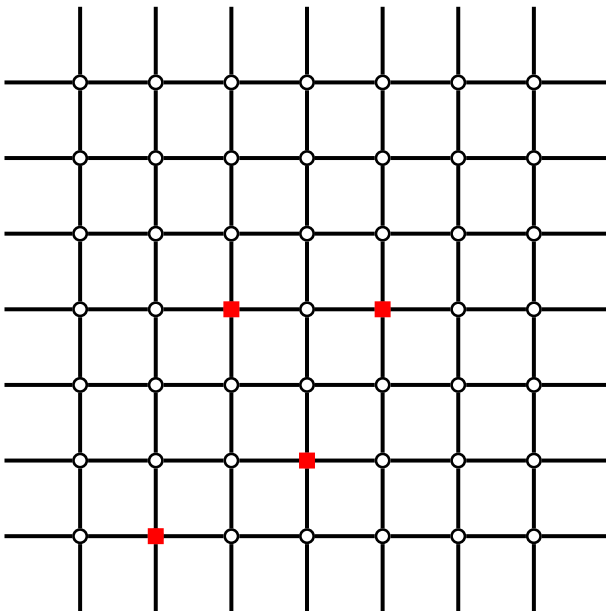
Soit  $L$  la longueur de la grille,  $I$  la largeur de la grille.

$$\text{Si } L > I, N = \left\lceil \frac{L}{I} \right\rceil + 1$$

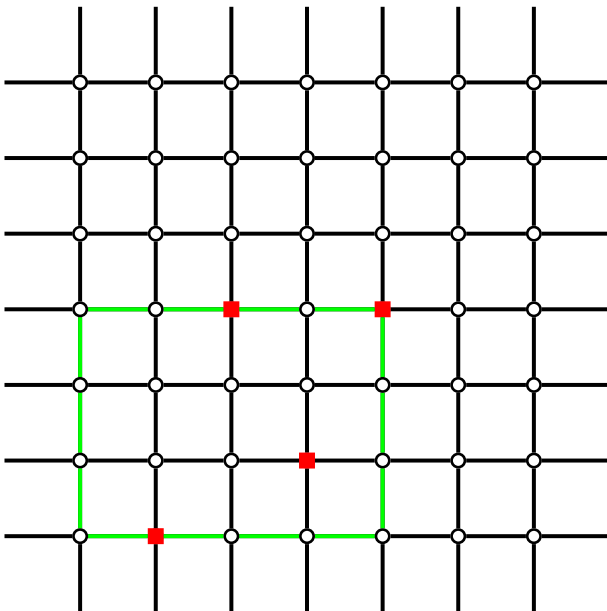
# Grille infinie



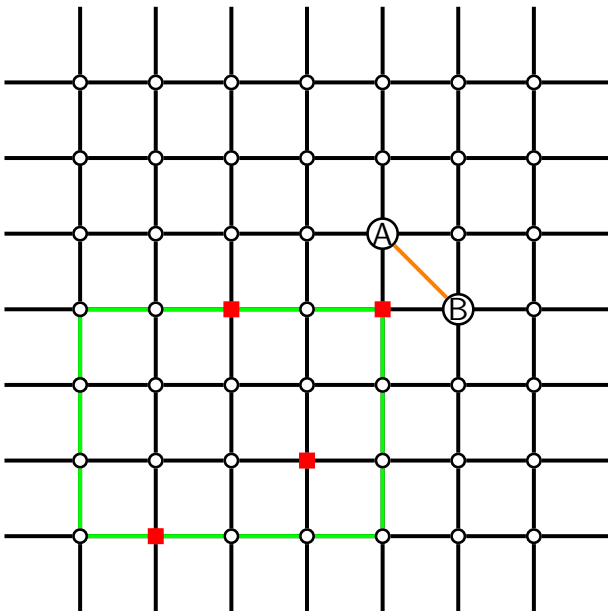
# Grille infinie



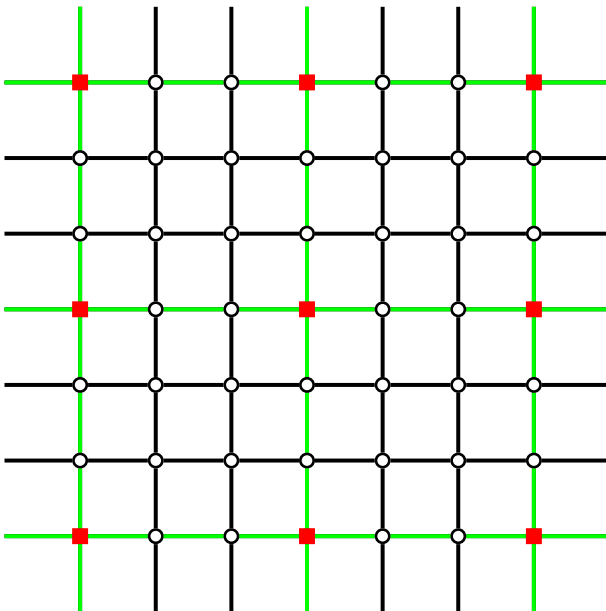
# Grille infinie



# Grille infinie



# Grille infinie





# Conclusion

# Ouverture

- Quelles sont les configurations optimales si les bornes ont une portée limitée ?
- Quels sont les graphes de diamètre  $\Delta$  ayant le plus grand rapport  $\frac{n}{N}$  ( $n$  sommets et  $N$  bornes) ?

# Fin

Merci de votre attention !

Avez-vous des questions ?